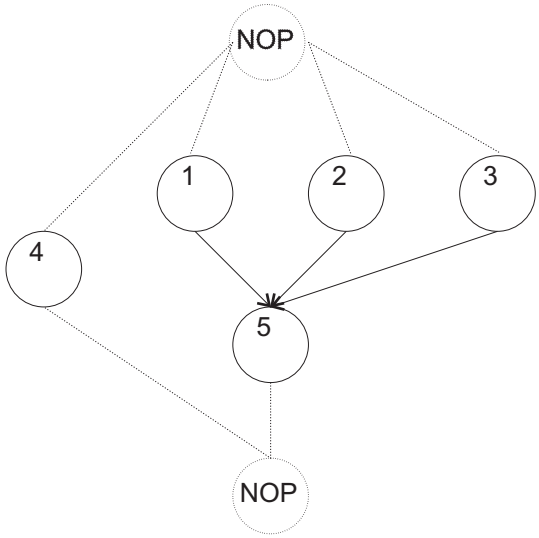
Aufgabe 2: Synthese / Ablaufplanung (35 Punkte)

Gegeben sei folgender Sequenzgraph mit 5 Tasks.



Alle Tasks haben eine Ausführungsdauer von zwei Zeiteinheiten. Es steht nur ein Ressourcentyp zur Verfügung.

1. (6 Punkte) Berechnen Sie jeweils einen Ablaufplan nach dem ASAP- und nach dem ALAP-Verfahren und geben Sie die Startzeitpunkte der Tasks an sowie die resultierende Latenz.

Task	ASAP	ALAP	Mobilität	List
1	1	1	0	1
2	1	1	0	1
3	1	1	0	1
4	1	3	2	3
5	3	3	0	3
Latenz	4	4		4

2. (6 Punkte) Berechnen Sie einen Ablaufplan mit dem List-Scheduling unter der Annahme, dass 3 Instanzen der Ressource zur Verfügung stehen. Tasks mit geringerer Mobilität geniessen höhere Priorität. Geben Sie die Startzeitpunkte der Tasks sowie für jeden Zeitpunkt t die Kandidatenmenge U(t), die Menge nicht beendeter Operationen T(t) und die Menge geplanter Tasks S(t) an.

t	U(t)	T(t)	S(t)
0	{}	{}	{}
1	{1,2,3,4}	{}	{1,2,3}
2	{4}	{1,2,3}	{}
3	{4,5}	{}	{4,5}
4	{}	{4,5}	{}

3. (3 Punkte) Liefert das List-Scheduling für das vorliegende Szenario garantiert einen Ablaufplan mit minimaler Latenz? Begründen Sie Ihre Anwort.

Der in Frage 2 berechnete Ablaufplan ist für das vorliegende Beispiel latenzminimal, da er die gleiche Latenz hat wie der für den Fall unbegrenzter Ressourcen mit dem ASAP-Verfahren be-

rechnete Ablaufplan. Würde jedoch andere Prioritäten gewählt, so dass Task 4 bereits im Zeitpunkt 1 geplant wird, liefert das Verfahren auch hier keine optimale Lösung.

Allgemein liefert das List-Scheduling nicht garantiert einen latenzoptimalen Ablaufplan. Für den Spezialfall, dass der Taskgraph ein Baum ist und alle Tasks gleiche Ausführungszeiten haben, kann zwar minimale Latenz garantiert werden, jedoch ist diese hinreichende Bedingung für das vorliegende Szenario nicht erfüllt.

4. (14 Punkte) Wenn man das Problem der Latenzminimierung unter Ressourcenbeschränkung als ganzzahliges lineares Programm (ILP) formuliert, ist die Optimalität der Lösung garantiert. Formulieren Sie unter der Annahme, dass 2 Instanzen der Ressource zur Verfügung stehen, ein ILP, indem Sie Entscheidungsvariablen, Zielfunktion und Nebenbedingungen angeben. Denken Sie daran, alle vorkommenden Variablen zu definieren.

Entscheidungsvariablen: $x_{i,t} \in \{0, 1\}$

mit $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (Knotennummer einschliesslich Start- und Endknoten) und $t \in \{1, \ldots, 10\}$ (Zeitpunkt).

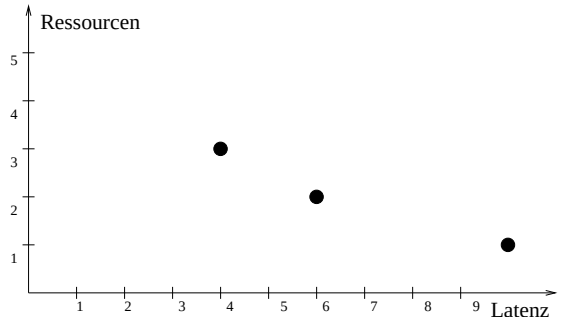
Hilfsvariablen: $\tau_i = \sum_{t=0}^{10} t \cdot x_{i,t}$ für alle i.

Zielfunktion: Min $L = \tau_6 - \tau_0$

Nebenbedingungen:

- $\sum_{t=0}^{10} x_{i,t} = 1$ für alle i.
- $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$, $\tau_3 \geq 0$, $\tau_4 \geq 0$, $\tau_5 - \tau_1 \geq 2$, $\tau_5 - \tau_2 \geq 2$, $\tau_5 - \tau_3 \geq 2$, $\tau_6 - \tau_4 \geq 2$, $\tau_6 - \tau_5 \geq 2$
- $\sum_{i=0}^{6} x_{i,t} + x_{i,t-1} \leq 2$ für alle t >= 2.

5. (6 Punkte) Widersprechen sich die Designziele der Ressourcenminimierung und der Latenzminimierung? Tragen Sie alle Pareto-optimalen Kombinationen aus Latenz und Ressourcenbedarf als Punkte in ein Koordinatensystem ein, wobei eine Achse die Latenz, die andere Achse den Ressoucenbedarf bezeichnet.

- Ja, die Designziele widersprechen sich, da es keine eindeutige Lösung gibt, die sowohl latenz- als auch ressourcenminimal ist.

- Die Pareto-optimalen Kombinationen sind (4,3), (6,2) und (10,1)